

**Lichtbrechung und Dispersionszahlen optischer Gläser  
im sichtbaren  
und angrenzenden unsichtbaren Spektralgebiet**

# Lichtbrechung und Dispersionszahlen optischer Gläser im sichtbaren und angrenzenden unsichtbaren Spektralgebiet

Ing. W. NEULAND, KDT

Mitteilung aus dem VEB JENAER GLASWERK SCHOTT & GEN., JENA

## 1. Allgemeines zur Kennzeichnung der optischen Eigenschaften

Zur Kennzeichnung der Eigenschaften optischen Glases diente Abbe die Brechzahl für die Fraunhoferschen Linien A', C, D, F und G' des Spektrums.

Auf Wunsch der interessierten Fachleute wurde 1923 als Hauptbrechzahl die Heliumlinie „d“  $\lambda = 587,6$  nm eingeführt und weitere Brechzahlen für die Quecksilberlinien „e“  $\lambda = 546,1$ , „g“  $\lambda = 435,8$  und „h“  $\lambda = 404,7$  nm hinzugenommen. In Anlehnung an die Fraunhofersche Bezeichnung wurden diese Linien durch kleine Buchstaben benannt.

Die Entwicklung in der Welt auf allen Gebieten stellte auch der optischen Industrie Aufgaben, die die Kenntnis weiterer optischer Daten des sichtbaren und des beiderseitig anschließenden unsichtbaren Spektralgebietes forderte.

So wurden die Lichtbrechungswerte im Sichtbaren noch für die Cadmiumlinien C' ( $\lambda = 643,8$ ) und F' ( $\lambda = 480,0$  nm) gewünscht; weiter wurde im Ultravioletten die Hg-Linie  $\lambda = 365$  nm und im Ultraroten die Argonlinie  $\lambda = 912,3$  nm und die Quecksilberlinien  $\lambda = 1014$  und  $\lambda = 1128,7$  nm an den handelsüblichen optischen Gläsern bestimmt. Die Linie  $\lambda = 365$  nm wurde in Anlehnung an früher von uns mit „i“ bezeichnet und die Linien im nahen Ultrarot, um keine Verwechslungen aufkommen zu lassen, wellenlängenaufwärts mit griechischen Buchstaben  $\lambda = 912,3$  nm mit „α“,  $\lambda = 1014$  nm mit „β“ und  $\lambda = 1128,7$  nm mit „γ“ benannt. In nachfolgender Tafel 1 sind Spektralgebiet (bzw. Farbe), Zeichen, Element und Wellenlänge (in Nanometer) für die bestimmten Linien übersichtlich angeführt.

In den Jahren 1942/43 wurden die ersten Anstalten getroffen, die Brechzahlen der optischen Gläser für die zuletzt genannten Linien festzulegen.

Die Messungen wurden mit Hilfe eines Autokollimations-spektrometers von Zeiss durchgeführt, wobei an das Okular des Fernrohrs an Stelle des beobachtenden Auges einmal eine photographische Kamera und das andere Mal ein Bildwandlergerät angebracht wurde (Bild 1, Schema).

Die ultraviolette Linie „i“ wurde auf photographischem Wege, alle anderen Linien nach der Bildwandlermethode bestimmt.

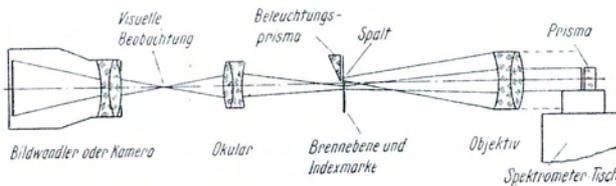


Bild 1. Schematischer Strahlengang im Spektrometer

Tafel 1

Spektralgebiet (bzw. Farbe)	UR			Sichtbares											UV
				Rot		Gelb		Grün		Blau			Violett		
Zeichen	γ	β	α	A'	C	C'	D	d	e	F	F'	g	G'	h	i
Element	Hg	Hg	Ar	K	H	Cd	Na	He	Hg	H	Cd	Hg	H	Hg	Hg
Wellenlänge (nm)	1128,7	1014,0	912,3	*768,2	656,3	643,8	*589,3	587,6	546,1	486,1	480,0	435,8	434,0	404,7	365,0

\* Mitte der Doppellinie

Tafel 2. Meßgenauigkeit der Autokollimationsmethode ohne und mit Bildwandlergerät

Autokollimationsmethode	Winkeldifferenz in Sekunden	absoluter Brechungsfehler bei		Dispersionsfehler bei		Angenommener Prismenwinkel bei
		Kron	Flint	Kron	Flint	
rein visuell	max ± 0,5	< ± 0,9 · 10 <sup>-5</sup>	< ± 1,3 · 10 <sup>-5</sup>	< ± 0,3 · 10 <sup>-5</sup>	< ± 0,4 · 10 <sup>-5</sup>	Kron ≈ 30° Flint ≈ 25°
mit Bildwandler	max ± 1,0	< ± 1,8 · 10 <sup>-5</sup>	< ± 2,6 · 10 <sup>-5</sup>	< ± 0,6 · 10 <sup>-5</sup>	< ± 0,8 · 10 <sup>-5</sup>	

Zur Kontrolle der Bildwandlermeßmethode dienen:

- im Sichtbaren von h bis A' die normale visuelle und teilweise die photographische Autokollimationsmethode und
- im Ultraroten für die Linien  $\lambda = 912,3$  und  $\lambda = 1014,0$  nm lediglich die photographische Autokollimationsmethode, mit der auch noch die He-Linie  $\lambda = 1083,0$  nm meßbar ist.

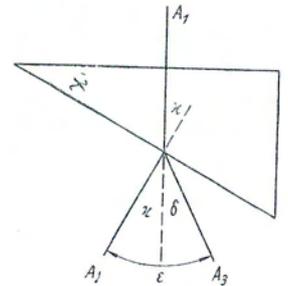


Bild 2

Prinzip der Autokollimation (Abbe)

## 2. Beschreibung der Meßmethoden

Die Bestimmung und Berechnung der Brechzahl nach dem vorher Beschriebenen beruht auf dem Prinzip des Autokollimationsverfahrens nach Abbe, wobei das

$$\text{Brechungsgesetz } n = \frac{\sin \epsilon}{\sin \zeta} \text{ gilt,}$$

und wobei der Einfallswinkel ε zwischen Strahl und Einfallslot sich aus abgelesener Teilkreisstellung

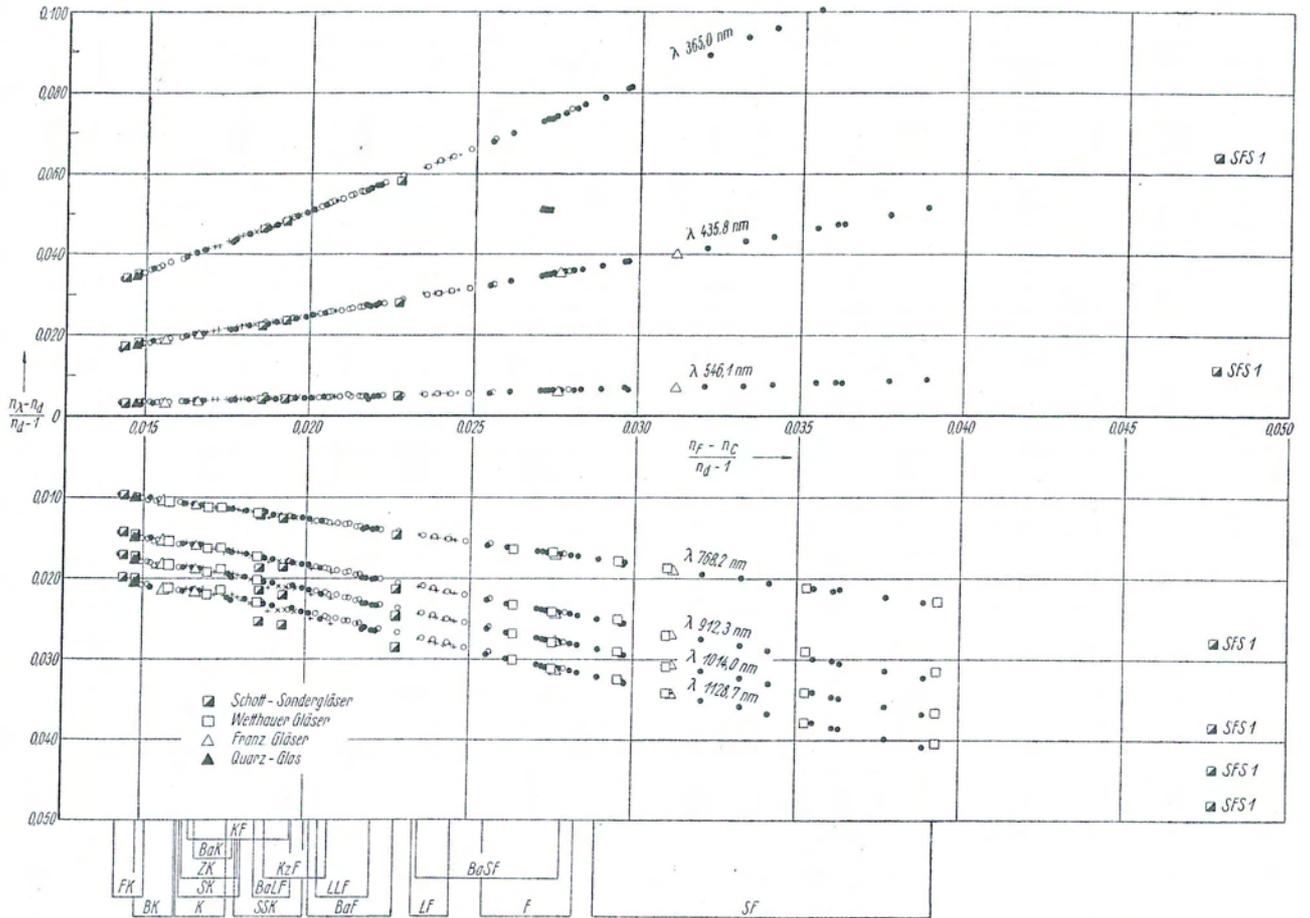
$$A_3 - A_2 = \zeta \delta + \zeta \gamma \text{ ergibt}$$

und ζ γ der Prismenwinkel ist, der sich aus Teilkreisstellung ( $A_1 \pm 180^\circ$ ) - A<sub>2</sub> errechnet (siehe hierzu Bild 2).

Da bei der Bestimmung des Brechungsvermögens nach der Autokollimationsmethode  $\sin \zeta < \frac{1}{n}$  sein muß, so ist ein

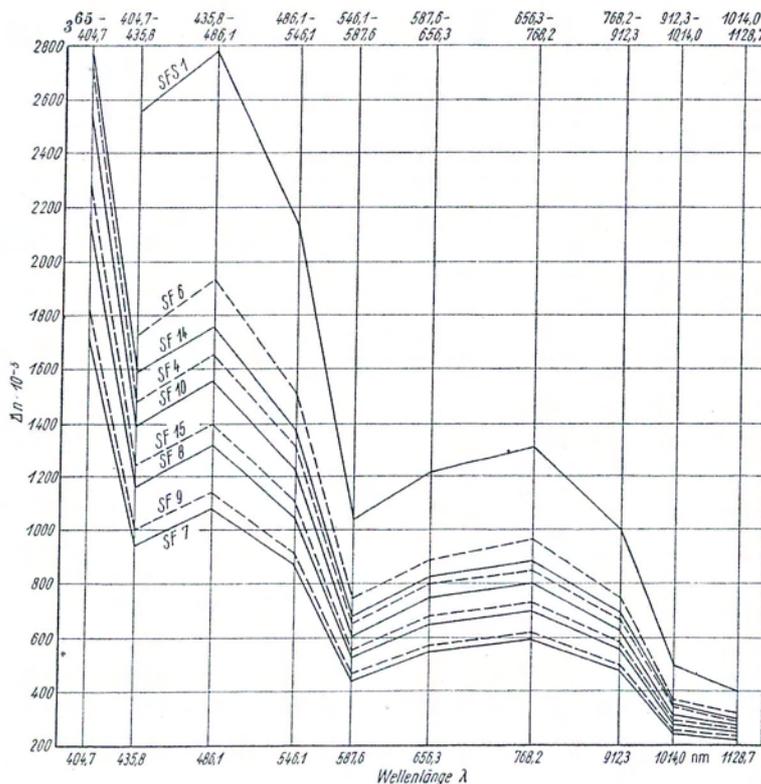
Prismenwinkel von etwa 30° praktisch für alle Glasarten ausreichend. Bei Gläsern mit sehr großer Dispersion mußte aber ein kleinerer Winkel verwandt werden, da die Mikrometerschraube des Spektrometers das Meßintervall (Gesamtspektrum) ohne Verstellung des Teilkreises nicht ganz überbrückte.

Zur Erzielung höchster Meßgenauigkeit war Grundbedingung die Verwendung homogenen Glases für die Meßprismen und einwandfreie Politur der Prismenflächen. Durch die Versilberung der ebeneren der beiden polierten Prismenflächen wurde die Helligkeit der Spektrallinien wesentlich erhöht und die Einstellbarkeit eindeutiger gestaltet.



**Bild 3.** Brechungsverhältnis  $\frac{n_\lambda - n_d}{n_d - 1}$  in Abhängigkeit von  $\frac{n_F - n_C}{n_d - 1}$   
 □ = Wetzthauer Messungen

**Bild 5.** Brechungsunterschiede ( $\Delta n$ ) einiger Schwerflintgläser in Abhängigkeit der verschiedenen Dispersionsabschnitte



Das Fernrohr des Spektrometers besaß ein langbrennweitiges Objektiv (Apochromat  $f = 800$  mm), ein Okular mit 27facher Vergrößerung ( $f = 30$  mm), einen symmetrischen Spalt mit  $\frac{1}{100}$  mm Einstellgenauigkeit, der genau in der Brennebene des Objektivs lag und die Gewähr gab, daß das aus dem Objektiv ausfallende Strahlenbündel genau parallel verlief.

Der Teilkreis aus Glas hatte einen Durchmesser von 360 mm, war in Intervalle von  $\frac{1}{6}^\circ = 10'$  geteilt und besaß Grad- und Minutenbezeichnung. Im Gesichtsfeld des Ablesemikroskops mit 100facher Vergrößerung ließen sich Grad, Minuten und Sekunden ablesen und  $\frac{1}{10}$  s sehr gut abschätzen.

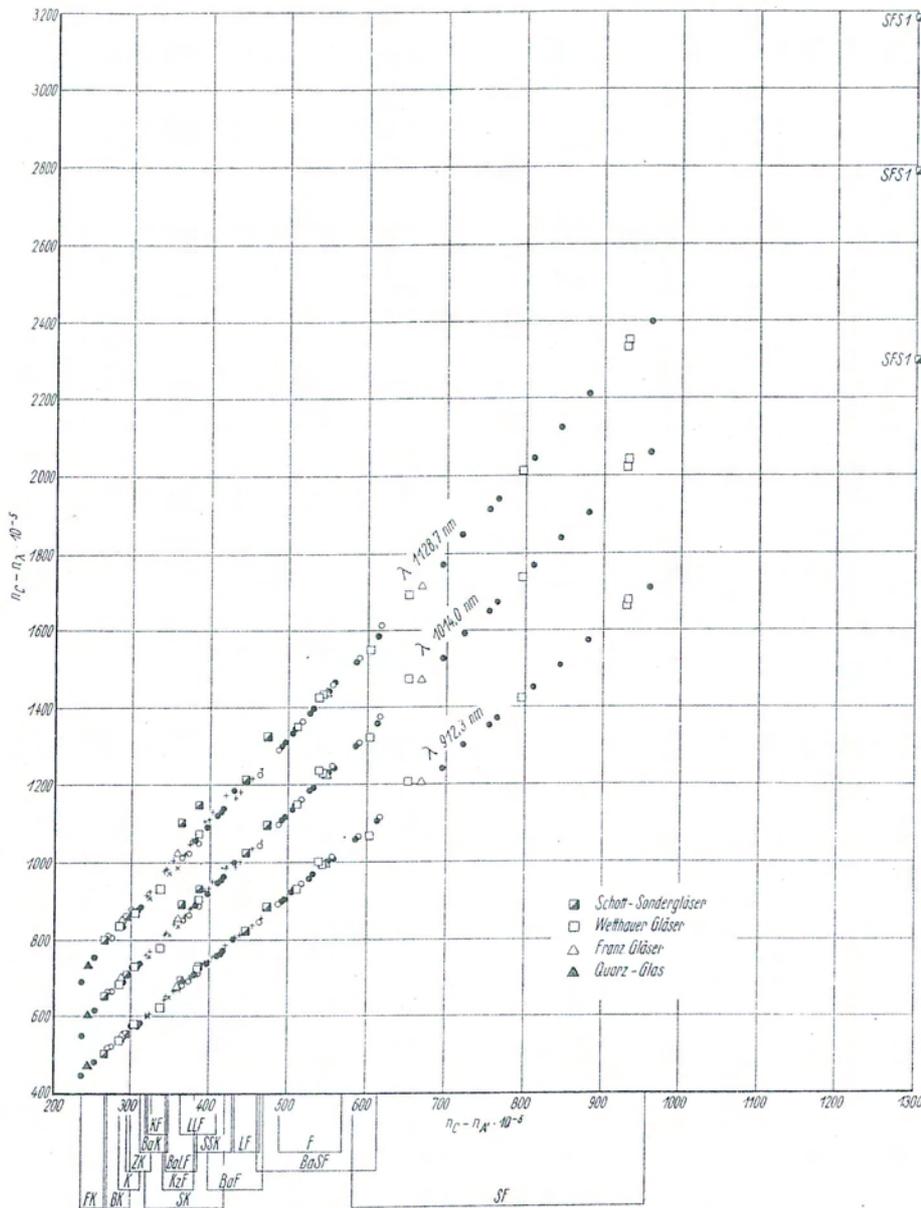
Die Optik des Bildwandlers gestattete die Wiedergabe des parallel auftreffenden Spaltbildes auf dem Bildschirm des Wandlers in gleicher Größe wie bei visueller Okularbeobachtung [2].

### 3. Genauigkeit der Messungen (Einfluß der Beobachtung auf ein aus mehreren Einzelmessungen gefolgertes Ergebnis)

Die Meßgenauigkeit der Bildwandlermeßmethode ist in erster Linie abhängig von der Präzision des Spektrometers, wobei die Summe der Winkelfehler sich aus Teilkreisfehler, Noniusfehler des Meßmikroskops und parallaktische Fehler (Bildeinstellfehler) zusammensetzen. Aber auch Temperaturschwankungen im Raum während der Messung und Inhomogenität der Meßprismen sowie Planheit der polierten Prismenflächen sind von Einfluß auf den Ausgang der Messung.

Der mittlere Fehler mehrerer Einzelmessungen an einem Prisma läßt sich nach den unten angeführten Fehlergleichungen bestimmen.

(Fortsetzung nächste Seite unten links)



**Bild 4**

Dispersionsdifferenzen  $n_C - n_A$  in Abhängigkeit von  $n_C - n_A$

□ = Wethauer Messungen

**Bild 6**

Brechungsunterschiede ( $\Delta n$ ) einiger Glasarten in Abhängigkeit der verschiedenen Dispersionsabschnitte

**a) Berechnung der Absolutbeträge des Fehlers der Brechzahlen aus der Abweichung der Winkeldifferenz**

Die Brechzahl  $n$  berechnet sich bei der Autokollimationsmethode nach der Formel

$$n = \frac{\sin \varepsilon}{\sin \chi} \quad (1)$$

Nach der Fehlerrechnung ist

$$\frac{dn}{d\varphi} = \frac{dn}{d\varepsilon} + \frac{dn}{d\chi}, \text{ wo} \quad (2)$$

$$\frac{dn}{d\varepsilon} = \frac{\cos \varepsilon}{\sin \chi} \text{ und} \quad (3)$$

$$\frac{dn}{d\chi} = \frac{-n}{\tan \chi} \text{ ist.} \quad (4)$$

Der Maximalfehler wäre nach (2)

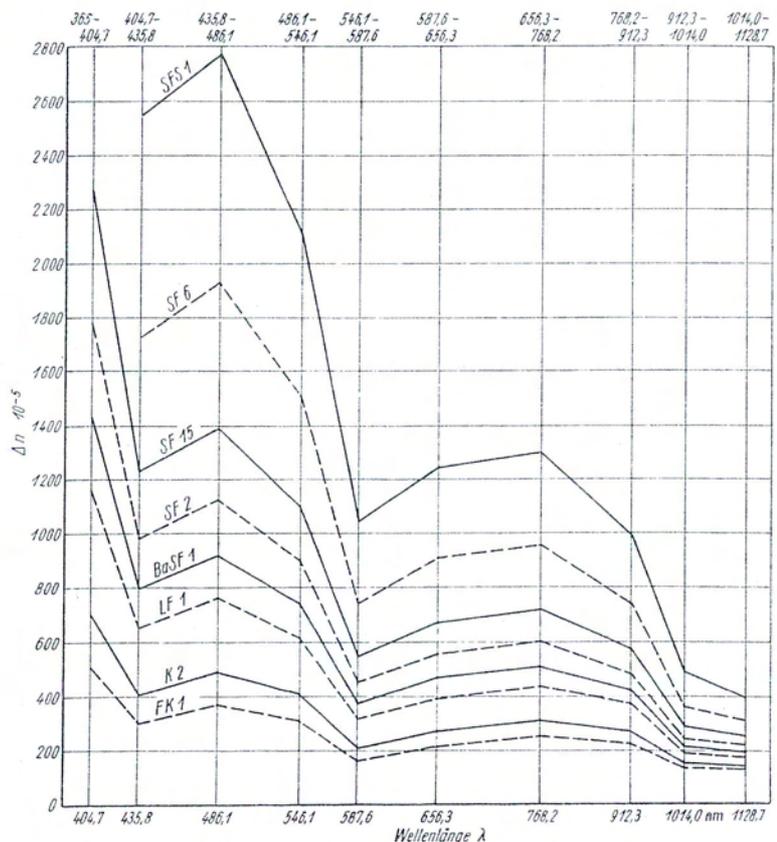
$$\Delta n_{\max} = \left( \frac{\cos \varepsilon}{\sin \chi} + \frac{n}{\tan \chi} \right) d\varphi \quad (5)$$

Ist nun die maximale Winkeldifferenz für  $\varepsilon$  und  $\chi$  bei mehreren ausgeführten Messungen an einem Prisma im Sichtbaren nach der reinen visuellen Autokollimationsmethode  $\pm 0,5$  s und das Prisma hat

- einen Brechungswinkel  $\varepsilon = 52^\circ 08' 12,6''$
- einen Prismenwinkel  $\chi = 31^\circ 20' 59,6''$

so ergibt sich nach (1)

$$\begin{aligned} \text{die Brechzahl } n &= 1,51746 \\ \cos \varepsilon &= 0,61378 \\ \sin \chi &= 0,52027 \text{ und} \\ \tan \chi &= 0,60921 \end{aligned} \quad (6)$$



Demnach

$$dn_{\max} = \left( \frac{0,61378}{0,52027} + \frac{1,51746}{0,60921} \right) \cdot d\epsilon \quad (7)$$

$$dn_{\max} = (1,17973 + 2,49087) \cdot d\epsilon \quad (8)$$

$$dn_{\max} = 3,67060 \cdot d\epsilon \quad (9)$$

das heißt

$$d\epsilon = \pm \frac{2\pi \cdot 0,5}{360 \cdot 60 \cdot 60} = \pm \frac{6,283186 \cdot 0,5}{1296000} = \pm 2,424 \cdot 10^{-6} \quad (10)$$

somit in unserem Falle der absolute Fehler der Brechzahl

$$dn_{\max} = \pm 3,671 \cdot 2,424 \cdot 10^{-6} = \pm 8,899 \cdot 10^{-6} = \pm 0,89 \cdot 10^{-5} \quad (11)$$

#### b) Berechnung des maximalen Dispersionsfehlers

Bei der Dispersion ist der Fehler bedeutend kleiner, da ja nur der Unterschied im Winkel  $\epsilon$  gemessen wird. Der Fehler ist demnach durch den ersten Teil der Gleichung (2) bzw. (3) gegeben.

$$\frac{dn}{d\epsilon} = \frac{dn}{d\epsilon} = \frac{\cos \epsilon}{\sin \chi} \quad (12)$$

Laut Gleichung (8) wäre für das vorliegende Glas die max. Winkeldifferenz auch  $\pm 0,5''$ .

Es wäre demnach

$$\frac{dn}{d\epsilon} = \frac{0,61378}{0,52027} = 1,17973 \quad (13)$$

und somit

$$dn_{\max} (\text{Dispersion}) = 1,17973 \cdot \epsilon \quad (14)$$

Vergleicht man nun diesen Wert mit dem bei der absoluten Messung lt. Gleichung (9) auftretenden Faktor, so zeigt sich, daß der Fehler bei der Dispersionsmessung um den Faktor 3,671:1,180 = 3,111 kleiner ist als bei der Absolutmessung der Brechzahl. Es ergibt sich somit für eine Winkeldifferenz von  $\pm 0,5''$  bei der Dispersionsbestimmung

$$dn_{\max} = \pm \frac{0,890}{3,111} \cdot 10^{-5} = \pm 0,286 \cdot 10^{-5} \quad (15)$$

Da nun bei der Bildwandlermethode hauptsächlich in dem äußeren Spektralgebiet die Winkeldifferenz, wie die ausgeführten Messungen zeigen, größer, etwa doppelt so groß ist und maximal bei  $\pm 1''$  liegt, würde bei Messung am gleichen Glasprisma nach Gleichung (9), wo

$$dn_{\max} = 3,67060 \cdot d\epsilon \quad (10)$$

ist, und nach

$$d\epsilon = \pm \frac{2\pi \cdot 1,0}{360 \cdot 60 \cdot 60} = \pm 4,848 \cdot 10^{-6}$$

ergeben und sich somit nach (11) der absolute Brechungsfehler

$$dn_{\max} = \pm 3,671 \cdot 4,848 \cdot 10^{-6} = \pm 17,797 \cdot 10^{-6} = \pm 1,780 \cdot 10^{-5}$$

ergeben.

Für die Errechnung des maximalen Dispersionsfehlers gilt dasselbe wie früher: Es ist nach (15)

$$dn_{\max} (\text{Dispersion}) = \pm \frac{1,780}{3,111} \cdot 10^{-5} = \pm 0,572 \cdot 10^{-5}$$

In Tafel 2 sind die nach der Fehlerrechnung ermittelten Werte, außer für Kron- auch noch für ein Flintglas zusammengestellt, welche die Meßgenauigkeit der reinen visuellen und der Bildwandlerautokollimationsmethode vergleichbar machen.

#### 4. Die Meßergebnisse und deren Kontrolle

Die optischen Daten der Jenaer optischen Gläser, die nach der photographischen, nach der rein visuellen und nach der Bildwandlerautokollimationsmethode ermittelt wurden, sind in Tafel 3 zusammengestellt. Zur besseren Übersicht wurde in den ersten 4 Spalten die Glasart, die Hauptbrechzahl ( $n_d$ ), die Abbesche Zahl  $v_d = (n_d - 1) : (n_F - n_C)$  und die Grunddispersion  $n_F - n_C$  vorangestellt. Danach folgen für 15 Wellenlängen die Brechwerte und darunter

der Gang der Farbenzerstreuung durch Angabe des Brechungsunterschiedes für die verschiedenen Meßabschnitte, sowie das Verhältnis der Teilerstreuung zur Grunddispersion, Spalte 5—19, und in letzter Spalte nochmals die Glasart.

Zur Kontrolle dieser Meßergebnisse eignen sich graphische Aufzeichnungen sehr gut. So wurden in der Arbeit von *Reitmayer* [1] in einem Diagramm

die Verhältniszahlen  $\frac{n_\lambda - n_d}{n_d - 1}$  in Abhängigkeit von  $\frac{n_F - n_C}{n_d - 1}$  wiedergegeben.

Er bezeichnet die Abweichungen der einzelnen Punkte von der Geraden als Dispersionsanomalien und nicht als Meßfehler. Auch wir schließen uns dieser Meinung an, wie aus dem von uns für einige Wellenlängen ( $\lambda = 912,3$  und  $\lambda = 1128,7$  nm) erweiterten Diagramm (Bild 3) noch besser hervorgeht. Je weiter wir in das ultrarote Gebiet vordringen oder je weiter wir von der Beziehung  $n_F - n_C$  uns entfernen, um so größer werden die Abweichungen. Besonders ist dies der Fall, um nur einige Gläser zu nennen, bei FK 4, BK 3, 5, 9 und 10, KzF 2, 3, 5 und 6, F 11 und bei den Sondergläsern KzFS 1, 2, 3 und SSKS 1. Noch eindeutiger treten diese Anomalien in einem Dispersionsdifferenzdiagramm (Bild 4) auf, wo  $n_C - n_\lambda$  in Abhängigkeit von  $n_C - n_d$ , aufgetragen wurde.

Durch Heranziehung der Brechwerte von fünf französischen Gläsern von Parra-Mantois (Catalogue 56) erhielten unsere Meßergebnisse, hauptsächlich für das neue Gebiet im UR bei 912,3, 1014,0 und 1128,7 nm gute Vergleichsmöglichkeit. Es sind dies die Gläser:

BSG	B 1664	ähnlich Schott BK 7
BCD	C 2060 F	ähnlich Schott SK 16
FD	C 2036	ähnlich Schott F 2
und FeD	C 8132	ähnlich Schott SF 5

Die errechneten Verhältnis- bzw. Dispersionsdifferenzahlen aus den Brechwerten der dort angegebenen uns ähnlichen Gläsern wurden in den Diagrammen Bild 3 und 4 mit Zeichen  $\Delta$  sichtbar eingetragen und damit die Gleichheit der französischen Meßwerte mit unseren dokumentiert.

Eine von meinem Mitarbeiter, Koll. *Klose*, entwickelte graphische Kontrollanordnung, wie in den Bildern 5 und 6 gezeigt wird, diente weiterhin zur Prüfung der Meßergebnisse. Es werden hier die Brechungsunterschiede  $\Delta_n$  an zwei benachbart liegenden Wellenlängen für verschiedene Dispersionsabschnitte in Abhängigkeit von der Wellenlänge ( $\lambda$  in nm) aufgetragen. Es sind dies die Dispersionsabschnitte

$$\begin{aligned} & n_{365} - n_{407,7}, \quad n_{407,7} - n_{435,8}, \quad n_{435,8} - n_{486,1}, \quad n_{486,1} - n_{546,1}, \\ & n_{546,1} - n_{587,6}, \quad n_{587,6} - n_{656,3}, \quad n_{656,3} - n_{768,2}, \quad n_{768,2} - n_{912,3}, \\ & n_{912,3} - n_{1014,0} \quad \text{und} \quad n_{1014,0} - n_{1128,7} \text{ nm.} \end{aligned}$$

Bild 5 gibt diese Dispersionsabschnitte für die Schwerflintgruppe wieder. Mit wachsendem Bleigehalt steigen die Dispersionsunterschiede wohl stark an, doch die Regelmäßigkeit des Kurvencharakters für jeden Abschnitt ist immer eindeutig, und es kann mit Sicherheit angenommen werden, daß eventuelle Unstimmigkeiten in Messung und Rechnung sofort ersichtlich werden. Die Gleichartigkeit zeigt sich auch in Bild 6, wo der Kurvencharakter verschiedener Glasarten, beispielsweise FK 1, K 2, LF 1, BaSF 1, SF 2, SF 15, SF 6 und SFS 1 zu ersehen ist. Die Durchkämmung der Brechwerte in Tafel 3 auf die zuletztgenannte Weise ist auch ein Beweis für die Richtigkeit der nach der Abbeschen Autokollimationsmethode auf rein visueller Art, teilweise auf photographischem Wege oder mit Hilfe eines Bildwandlergerätes bestimmten optischen Daten.

FigA 3127

#### Literatur

- [1] *Reitmayer, F.*: Lichtbrechung und Dispersion optischer Gläser im unsichtbaren Spektralgebiet. *Optik* 13 (1956) H. 12.
- [2] *Friel, H.-J., u. Weise, H.*: Der Bildwandler, ein photoelektrisches Gerät zur bildmäßigen Erschließung des ultravioletten und infraroten Spektralbereiches und zur Bildverstärkung. *Jenaer Rundschau*, Jg. 4 (1959) H. 3.
- [3] VEB Jenaer Glaswerk Schott & Gen., Jena: Optisches Glas, Katalog O 13/14
- [4] Parra Mantois et Cie.: Verres d'optique, Catalogue 56.
- [5] *Kohlrausch*: Verfahren der Autokollimation (Abbe).